

$$\theta = \frac{4,072}{b_w} \sqrt{\frac{A_w F_n}{(\theta + \nu) E b_w}} \quad (32)$$

Решение новой контактной задачи применительно к запатентованным зубчатым передачам [3-5] обусловлено тем, что указанные передачи можно изготавливать на станках отечественного производства. Получение точечного зацепления за счет криволинейных образующих боковых поверхностей зубьев, аналогичного зацепления [3-5], возможно, как известно, при использовании высокоточных зубошлифовальных станков немецкого производства, которые на Украине имеются лишь в двух городах.

### Выводы.

1. Впервые установлено, что для обеспечения точечного контакта зубьев необходимо ввести в зацепление прямые зубья конической шестерни с углом начального делительного конуса  $\theta \leq 2^\circ$  с прямыми зубьями колеса.
2. Применительно к указанному случаю зацепления зубьев выполнено решение пространственной контактной задачи с учетом нелинейной зависимости между упругими деформациями зубьев и возникающих в них напряжениями.
3. Получены выражения полуосей эллиптической площадки деформации зубьев и максимальных контактных напряжений в явном виде.
4. Показано, что с учетом нелинейности между упругими перемещениями зубьев и возникающими при этом напряжениями нагрузочная способность зацепления превышает таковую в 1,414 раза при отсутствии нелинейности.
5. Подтверждена высокая нагрузочная способность рассматриваемой зубчатой передачи по контактным напряжениям, которая в 1,8...2,6 раза превышает таковую традиционной зубчатой передачи с линейным контактом зубьев.

**Список литературы:** 1. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с. 2. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 3. Патент №25078 на корисну модель. Україна. Евольвентна зубчата передача / Попов О.П. – І200702885; Заявл. 19.03.07; Опубл. 25.07.07. Бюл. №11. 4. Патент №26451 на корисну модель. Україна. Евольвентна зубчата передача / Попов О.П. – І200704288; Заявл. 18.04.07; Опубл. 25.09.07. Бюл. №15. 5. Патент №38196 на корисну модель. Україна. Циліндрична зубчата передача / Попов О.П., Попова Л.О. – І200809878; Заявл. 29.07.08; Опубл. 25.12.08. Бюл. №24. 6. Энциклопедический справочник. Инженерные расчеты в машиностроении. – М.: Машгиз., 1948. – 891с.

Поступила в редколлегию 31.05.10

УДК 621.833.7

**О.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., профессор ХДТУБА, м. Харків  
**О.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків  
**Г.О. ПРИЙМАКОВ**, аспірант НТУ "ХПІ"

### КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ СИЛОВИХ ХВИЛЬОВИХ ПЕРЕДАЧ

Метою статті є дослідження конструктивно-технологічних особливостей проектування та виготовлення силових хвильових зубчастих передач (СХЗП) з врахуванням пружних деформацій ланок під навантаженням та похибок виготовлення та монтажу.

The purpose of the article is research of constructive-technological features of projection and manufacture of power wave gears (PWG) taking into account elastic strains of links under loading, manufacture and mounting errors.

Проведені дослідження з вибору параметрів хвильової зубчастої передачі [1-3] показують, що найбільш раціональним є вибір геометричних параметрів хвильового зацеплення з умови утворення зони багатопарного зацеплення з нерухомим контактом зубців у районі огинання гнучким колесом жорсткого колеса. Це можливо при рівності в зазначеній зоні кутових кроків зубців гнучкого і жорсткого коліс, що відповідає радіальній деформації гнучкого колеса  $W_{\Sigma}$ . Однак, при виборі розрахункової деформації  $W_{\Sigma}$  гнучкого колеса необхідно додатково враховувати погрішності виготовлення ланок радіального ланцюга силової хвильової зубчастої передачі (СХЗП), а також пружну деформацію ланок цієї передачі. Врахування зазначених факторів здійснюється умовно, за рахунок вибору певного виду сполучення зубців або додаткової деформації гнучкого колеса [1, 2]. Найбільш доцільною є розробка рекомендацій з уточнення розрахункової деформації  $W_{\Sigma}$  з врахуванням конкретних конструктивних особливостей СХЗП.

Для евольвентних профілів зубців СХЗП, які є найбільш технологічними, необхідна розрахункова радіальна деформація гнучкого колеса  $W_{\Sigma}$  по великій осі з умови одержання безззорного зацеплення дорівнює міжосьовій відстані  $a_w$  недеформованих зубчастих коліс. Таким чином, значення  $W_{\Sigma}$  залежить від параметрів зацеплення [1]:

$$W_{\Sigma} = a_w = m \frac{z_2 - z_1}{2} \cdot \frac{\alpha_w}{\alpha_w}, \quad (1)$$

де  $m$  – модуль зацеплення;  $z_2$  та  $z_1$  – числа зубців жорсткого та гнучкого коліс;  $\alpha$  – кут профілю вихідного контуру;  $\alpha_w$  – кут зацеплення недеформованих коліс.

У наш час найбільше поширення одержали СХЗП із різницею чисел зу-

бців коліс  $z_2 - z_3 = 2(3)$ . Підставивши це значення у формулу (1), визначимо відносну деформацію гнучкого колеса:

$$\frac{W_2}{m} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (2)$$

Кут зачеплення  $\alpha_w$  визначається через його евольвентний кут [1]:

$$\text{inv} \alpha_w = \frac{(x_2 - x_3) \tan \alpha}{z_2 - z_3} + \text{inv} \alpha, \quad (3)$$

де  $x_2$  та  $x_3$  – коефіцієнти зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс.

З аналізу формул (2) і (3) виходить, що визначальним фактором, який впливає на величину  $W_2/m$ , є різниця коефіцієнтів зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс  $x_d = x_2 - x_3$ , від якої залежить відносна величина кроків зубців цих коліс.

Розглянемо вплив параметрів зачеплення на характер взаємодії ланок у СХЗП [1, 2].

У передачі з  $W_2 < m (x_2 < x_3)$  кутові кроки зубців жорсткого колеса  $\tau_b$  менше кутових кроків зубців гнучкого колеса  $\tau_{gb}$  при підтисканні його до жорсткого, що викликає початок взаємодії зубців при вході їх у зачеплення, тобто перед великою віссю генератора хвиль. При цьому має місце неправильний крайових контакт зубців, і передача навантаження відбувається при відносному їхньому русі.

Зі збільшенням алгебраїчної різниці коефіцієнтів зміщення  $x_2$  й  $x_3$  зона зачеплення зміщується за більшу вісь генератора хвиль, і контакт зубців може початися поза зоною виходу зубців у зачепленні.

У передачі з  $W_2 > m (\tau_b > \tau_{gb})$  зона зачеплення не може бути збільшеною, і при значних навантаженнях можливе роздвоєння зони зачеплення [1]. Це впливає на ККД передачі і її навантажувальну здатність.

Найбільш сприятлива картина взаємодії ланок передачі, що характеризується нерухомим контактом зубців на більшій частині зони зачеплення, може бути отримана при рівності кутових кроків взаємодіючих зубців  $\tau_b = \tau_{gb}$ , що відповідає  $W_2 = (1,00 \dots 1,05)m$  [1]. При цьому для одержання зачеплення без бічних зазорів деформації вибираються з умови

$$W_2 = W_3 = \alpha_w. \quad (4)$$

Однак умову (4) може бути виконано тільки в ідеально виготовленій передачі з абсолютно жорсткими ланками. В реальній навантаженій СХЗП величина дійсної деформації гнучкого колеса  $W_{2y}$  буде менше розрахункової  $W_2 = W_3$  в результаті пружної деформації ланок радіального ланцюга передачі під навантаженням і за рахунок похибок виготовлення цих ланок. При зменшенні  $W_{2y}$  в порівнянні із  $W_2$  кривизна гнучкого й жорсткого коліс у зоні їхнього зачеплення збільшується, відповідно збільшується різниця кроків, тобто  $\tau_{gb}$  стає більше  $\tau_b$ . У зв'язку з цим початок взаємодії зміщується у бік входу їх у зачеплення, де відбувається передача навантаження при неправильно-му крайовому контакті.

Деяке збільшення  $W_2$  в порівнянні із  $W_3$  приводить до збільшення різниці кроків зубців жорсткого й гнучкого коліс СХЗП. Однак у навантаженій передачі різниця кроків зубців коліс у зоні зачеплення зменшується, що при певній навантаженні може привести до вирівнювання кроків та утворення досить великої зони зачеплення з нерухомим контактом зубців. Тому в роботах [1, 2] рекомендується приблизно приймати  $W_2 = (1,05 \dots 1,25)m$ . При цьому необгрунтовано мале значення  $W_2$  із зазначеного діапазону може привести до неправильного крайового контакту зубців при вході їх у зачеплення, а необгрунтовано велике значення веде до скорочення зони зачеплення й збільшення навантажень на зубці хвильового зачеплення.

На основі вищевикладеного й даних проведених досліджень вибір параметрів хвильового зачеплення доцільно робити з врахуванням дійсної радіальної деформації гнучкого колеса  $W_{2y}$  навантаженій СХЗП, тобто з умови:

$$W_{2y} \geq W_2. \quad (5)$$

Такий підхід до вибору параметрів зачеплення дозволяє обгрунтовано враховувати конструктивні особливості СХЗП і похибки виготовлення ланок її радіального ланцюга.

Дійсна радіальна деформація гнучкого колеса ненавантаженої СХЗП залежить від похибок виготовлення ланок радіального ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо", що характеризується сумарним радіальним зазором  $\Delta_{\Sigma 1}$ , і від величин заданого попереднього натягу  $N_r$ . Зв'язок величин  $W_2$  і  $W_3$  може характеризуватися їхньою різницею:

$$W_2 - W_3 = \Delta_{\Sigma 1} - N_r. \quad (6)$$

При  $(W_2 - W_3) > 0$  у хвильовому зачепленні має місце зазор, а при  $(W_2 - W_3) < 0$  можливий натяг.

У навантаженої СХЗП дійсна деформація  $W_{\text{гн}}$  гнучкого колеса залежить також від величини сумарної пружної деформації  $W_{\text{п}}$  ланок радіального ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо". З урахуванням (6) одержимо

$$W_{\text{гн}} = W_{\text{д}} - (W_{\text{п}} - N_r) - Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}, \quad (7)$$

де  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  – сумарний радіальний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо".

Величина  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  характеризується вибором всіх зазорів по великій осі генератора хвиль під дією сил пружності гнучкого колеса, а  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  залежить від вибору зазорів у напрямку рівнодіючого розподіленого навантаження  $F_{\text{гн}}$  між гнучким колесом і генератором хвиль. При цьому  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} = Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} \sin \alpha_n$ , де  $\alpha_n$  – кут тиску (кут між напрямком сили  $F_{\text{гн}}$  й малою віссю генератора хвиль) [3].

Відповідно,  $W_{\text{п}}$  також є проекцією на більшу вісь сумарної пружної деформації ланок радіального ланцюга "вал генератора – гнучке колесо".

Так як  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  залежить від похибок виготовлення деталей й є випадковою величиною, то й  $W_{\text{гн}}$  також буде величиною випадковою. При розрахунку радіального розмірного ланцюга СХЗП враховується мінімальна величина сумарного зазору  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$ . Тому максимальна величина дійсної деформації гнучкого колеса  $W_{\text{гн}}$  буде при  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} = 0$ , а мінімальна  $W_{\text{гн}}$  при  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} = T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$ , де  $T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  – допуск на сумарний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей ланцюга "вал генератора – гнучке колесо". Із сказаного випливає, що

$$\begin{cases} W_{\text{гн}} = W_{\text{д}} - (W_{\text{п}} - N_r); \\ W_{\text{гн}} = W_{\text{д}} - (W_{\text{п}} - N_r) - T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}. \end{cases} \quad (8)$$

Результати дослідження сумарної пружності деформації  $W_{\text{п}}$  ланок ланцюга СХЗП із дисковим генератором хвиль показують, що найбільший вплив на величину  $W_{\text{п}} = W_{\text{п}} + \delta_{\text{ж}}$  робить згинаюча деформація  $\delta_{\text{ж}}$  жорсткого колеса й контактна деформація  $\delta_{\text{кп}}$  в підшипниках генератора хвиль, в результаті якої відбувається зближення кілець підшипника.

Величина натягу  $N_r$  обмежується можливим значенням сумарної радіальної деформації деталей  $W_{\text{п}}$ , однак, вибір радіального натягу з умови

$N_r = W_{\text{п}}$  утрудняє складання СХЗП, а також веде до збільшення напруженого стану гнучкого колеса, особливо при невеликих навантаженнях. Досвід створення високомоментних СХЗП [1, 3] показує, що величину попереднього натягу доцільно вибирати рівною радіальній контактній деформації підшипників генератора хвиль під номінальним навантаженням.

Попередній натяг  $N_r$  і мінімальну величину сумарного ймовірного зазору в зачепленні  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  від похибок виготовлення деталей СХЗП можна враховувати за рахунок збільшення ексцентриситету  $e$  генератора хвиль, зменшення внутрішнього діаметра проміжного кільця  $d_{\text{вк}}$  або збільшення зовнішнього діаметра дисків  $d_{\text{д}}$  генератора хвиль. Останнє в більшості випадків є найбільш вдалим. На основі залежностей [1] і наведених рекомендацій

$$d_{\text{д}} = d_{\text{вк}} - 2e + 2W_{\text{д}} + Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} + 2\delta_{\text{кп}}. \quad (9)$$

Допуск на виготовлення зубчастих вінців гнучкого й жорсткого коліс рекомендується визначати з умови одержання гарантованого (найменшого) зазору, що дорівнює нулю. При цьому мінімальний ймовірний радіальний зазор у зачепленні  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  характеризується збільшенням різниці кроків жорсткого й гнучкого коліс.

При визначенні раціональної розрахункової деформації  $W_{\text{д}}$  гнучкого колеса доцільно враховувати горизонтальне розташування СХЗП збільшенням  $x_{\text{д}}$ , що веде до зниження напруженого стану гнучкого колеса й вирівнювання навантаження по довжині зубців хвильового зачеплення [3]. У зв'язку із цим, при розрахунку горизонтально розташованої передачі можна рекомендувати використати рівність  $W_{\text{гн}} - \delta_{\text{ж}} = W_{\text{п}} - Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$ , що задовольняє умові (5) і враховує деформацію жорсткого колеса, а також похибки виготовлення зубчастих вінців. На основі зазначеної рівності й залежності (7) маємо

$$W_{\text{д}} = W_{\text{п}} + (W_{\text{п}} - N_r) + T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} - Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}. \quad (10)$$

Для СХЗП із самоустановлювальними ланками рівняння (8) приймає вигляд

$$W_{\text{д}} = W_{\text{п}} + (W_{\text{п}} - N_r) + 0,5 T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}} - Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}, \quad (11)$$

де  $T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  – допуск на сумарний діаметральний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей.

При визначенні  $T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  й  $Z_{\text{гн}}^{\text{гн}}$  доцільно використати ймовірнісний метод розрахунку зазорів в радіальному ланцюзі СХЗП, тому що застосування методу мінімуму-максимуму може призвести до необґрунтованого завищення

$W_{\Sigma}$  й  $x_{\Sigma}$ , що пов'язане зі зменшенням зони зацеплення й зі збільшенням навантажень на зубці.

На основі формул (2) і (3) для трихвильової передачі знаходимо різницю коефіцієнтів зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс:

$$x_d = \frac{\tan \left[ \arccos \left( \frac{m}{r_{p2}} \cos \alpha \right) \right] - \tan \alpha}{2g \alpha}. \quad (12)$$

Використовуючи формули (9) і (10), можна визначити  $x_d$  для СХЗП із самоустановлювальними ланками:

$$x_d = \frac{\tan \left[ \arccos \left( \frac{\tan \alpha}{W_F + (W_F - N_T) + 0,5 T \cdot \frac{H_g}{Z_{\Sigma}} - 2r_{p2}} \right) \right] - \tan \alpha}{2g \alpha}. \quad (13)$$

Як відзначалося раніше, формули (9) і (11) рекомендується використати при визначенні параметрів горизонтально розташованої СХЗП. При виборі параметрів СХЗП із вертикальним розташуванням її осі у формулах (9) і (11) рекомендується замість  $0,5 T \cdot \frac{H_g}{Z_{\Sigma}}$  використати найбільш імовірне значення радіального зазору від похибок виготовлення –  $0,25 T \cdot \frac{H_g}{Z_{\Sigma}}$ .

Таким чином, на основі наведених рекомендацій і залежностей можна визначити раціональні значення  $W_{\Sigma}$  й  $x_{\Sigma}$ , а також інші параметри СХЗП із урахуванням зазорів від похибок виготовлення й деформації ланок її радіального ланцюга.

**Список літератури:** 1. Приймаков О.Г. Розрахунок та проектування силових хвильових зубчастих передач. – Харків: Вид-во ХУПС ім. І. Кожедуба, 2004. – 216с. 2. Полетучий А.И. Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов. – Харьков: Изд-во НАКУ "ХАИ" им. Н.Е. Жуковского, 2005. – 675с. 3. Маргулис М.В., Волков Д.П. Размерно-функциональный анализ тяжело нагруженных высокомоментных волновых зубчатых передач// Вестник машиностроения. – 1985. – №8. – С.9–13.

Надійшла до редколегії 05.05.10

УДК 621.833

**Р.В. ПРОТАСОВ**, аспірант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Вживання перспективного еволютного зацеплення з опукло-увігнутим контактом дозволяє зменшити контактну напругу і габарити передачі. Але, зі зменшенням розмірів зубчастого колеса, збільшуються згинні напруги в зубцях передачі. Величина цієї напруги залежить від радіусу перехідної кривої. Отримані рівняння перехідної кривої дозволять будувати скінченно-елементні моделі зубців з метою аналізу їхньої НДС.

Application perspective evolute gearing with convex-concave contact allows to decreasing contact stress and transmission gabarits. However, with decrease of gear sizes, bending stress in teeth is increase. These stresses depend on fillet curve radius. The gained equations of fillet curve will allow to build is teeth finite-element models for the purpose of the analysis their stress-strain state.

**Актуальность задачи.** Одним из ограничивающих факторов при уменьшении габаритов зубчатых колес с любым из наиболее широко известных видов зацепления (эвольвентного, циклоидального и зацепления Новикова), является изгибная прочность зуба. Эволютное зацепление, предложенное А.И. Павловым [1, 2], имеет выпукло-вогнутый контакт и, вследствие этого, повышенную контактную прочность. Однако, обеспечив малые габариты передачи по условиям контактной прочности  $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$ , мы можем получить колеса, зубья которых не отвечают условию изгибной прочности  $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ . Поэтому для эволютной передачи важно получить методику оценки не только контактных, но и изгибных напряжений.

**Постановка задачи.** Основным геометрическим фактором, влияющим на изгибную прочность зуба, является форма переходной кривой, соединяющей рабочий профиль последнего с поверхностью впадин. Знание ее параметров необходимо как при традиционном подходе к расчету зубьев на изгиб, аналогичном стандартной методике ГОСТ 21354-87 [3], так и для построения объемных моделей зубьев, служащих основой для анализа НДС методом конечных элементов. Поэтому сформулируем следующую задачу.

Имея аналитическое уравнение активного участка профиля рейки и сопряженного ей профиля зуба шестерни [4] построить профиль закругленного участка инструментальной рейки и соответствующую ему переходную кривую.

**Уравнения профиля инструментальной образующей рейки и переходной кривой зуба шестерни.** Профили зубьев при нарезании по методу обката содержат три характерных участка (рисунок 1): *а-а*, являющийся огибающим по отношению к профилю зубьев инструмента; *б-с* – очерченный по